

3-1. (3 балла)

Кеше дали следующее задание: на доске написаны числа 1, 2, 5, 9 и 13. Ему необходимо выбрать любое из этих чисел и используя все оставшиеся числа ровно по 1 разу, расставить между ними знаки “+” и “-” так, чтобы в результате получилось выбранное им число. Числа можно переставлять в любом порядке. Покажите хотя бы один вариант, как Кеша может выполнить задание.

3-2. (3 балла)

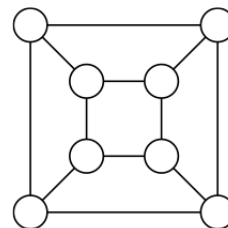
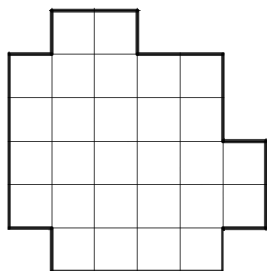
Четыре бизнесмена Алеша, Боря, Влад и Дима пришли на встречу. Алеша пожал руку одному бизнесмену, Боря – 2, а Влад – 3. Скольким людям мог пожать руку Дима? Найдите все возможные ответы.

3-3. (3 балла)

Найдите наибольшее четырехзначное число, у которого цифры идут слева направо в порядке убывания и произведение первой и последней цифры равно произведению двух средних цифр.

3-4. (3 балла)

Оливия хочет покрасить каждый кружочек (см. рисунок) в какой-нибудь цвет так, чтобы каждый кружочек был соединен ровно с одним кружочком того же цвета. Какое наименьшее число цветов может использовать Оливия и как ей это сделать? Приведите не только ответ, но и пример покраски кружочков.

**3-5. (3 балла)**

Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на 4 равные фигуры. Резать разрешается только по линиям сетки. Равными называются фигуры, которые можно совместить наложением.

3-6. (3 балла)

Бобер распиливает 2 дерева суммарно на 6 частей за 8 минуты. За сколько минут бобер распилит дерево на 2 части, если он все время пилит с одинаковой скоростью?

3-7. (3 балла)

Стоимость одной марки составляет 66 копеек, а одного конверта – 85 копеек. Саша хочет потратить целое число рублей, чтобы без сдачи купить несколько марок и несколько конвертов. Причем он хочет купить как минимум один конверт и как минимум одну марку. Какое наименьшее число рублей ему придется потратить?

3-8. (3 балла)

101	102	103	104	105
-----	-----	-----	-----	-----

На столе лежит 5 карточек с номерами от 101 до 105. На обратной стороне каждой карточки написано утверждение, которое либо ложно, либо истинно:

- 101: Утверждение на карточке 102 ложно.
- 102: Ровно на двух карточках написана правда.
- 103: На 4 карточках написано ложное утверждение.
- 104: Утверждение на карточке 101 ложно.
- 105: Утверждения на карточках 102 и 104 оба ложны.

На карточках с какими номерами написана правда?

4-1. (4 балла)

Рома умножил трехзначное число на двузначное и получил четырехзначное число. К сожалению, некоторые цифры стерлись и осталось только то, что показано на рисунке. Какие **трехзначные** числа мог использовать Рома в своих подсчетах?

$$\square\square\square \times 9\square = \square 2\square\square$$

4-2. (4 балла)

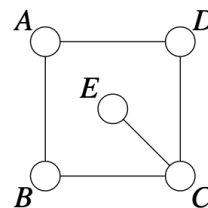
Шестеро друзей Паша, Толя, Ваня, Коля, Саша и Гриша стоят в очереди за пирожками в школьной столовой. Между Пашей и Толей стоят ровно 3 человека, между Толей и Ваней – ровно 2, между Ваней и Колей – ровно 1, а также известно, что Коля не первый и не последний в очереди. Помимо шестерых друзей, в очереди никто больше не стоит. Сколько людей может находиться между Сашей и Гришей? Найдите все ответы.

4-3. (4 балла)

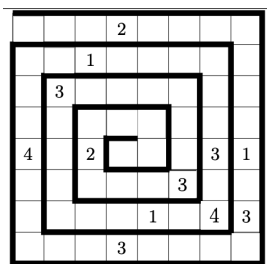
Число 49 обладает интересным свойством: если сложить сумму и произведение цифр числа 49, то получится это же число ($4 \times 9 + 4 + 9 = 49$). А сколько всего двузначных чисел обладают таким свойством?

4-4. (4 балла)

На рисунке кружочками отмечены лунки для гольфа. Все лунки имеют разный размер: лунка А самая большая, лунка В поменьше, затем идет С, затем D и наконец Е – самая маленькая лунка. У Даши есть много флажков трех цветов: зеленого, красного и синего. Она хочет поставить ровно один флажок около каждой лунки, но при этом хочет, чтобы любые две лунки, соединенные отрезком, имели флажки разных цветов. Сколькими способами она может это сделать?



4-5. (4 балла)



Вова нарисовал для своего младшего брата Толи лабиринт, который должен был помочь Толе научиться считать до 4. Толя должен начать прохождение лабиринта с левого верхнего угла и встречать на своем пути цифры 1, 2, 3 и 4 ровно в таком порядке (то есть, он должен сначала встретить 1, потом 2, потом 3, потом 4, потом снова 1, снова 2 и так далее). Последней встреченной цифрой должна была оказаться 4. К сожалению, некоторые числа стерлись, но Вова помнит, что в каждом столбце и каждой строке все цифры от 1 до 4 встречались ровно 1 раз (некоторые клетки были пустыми). Помогите Вове восстановить лабиринт.

4-6. (4 балла)

Последовательность натуральных чисел устроена следующим образом: первые два числа – 2025 и 2024. Далее, каждое следующее число равно разнице между большим и меньшим числом среди двух предыдущих (таким образом, следующие два числа последовательности после 2025 и 2024 будут 1 и 2023). Найдите 55-ое число в последовательности.

4-7. (4 балла)

В копилке Толика есть x рублей и y копеек, причем $0 < y < 100$. Если бы у него было y рублей и x копеек, то сумма его накоплений была бы в два раза меньше, чем у него есть сейчас. Сколько рублей и сколько копеек может быть у Толика в копилке? Найдите все возможные ответы.

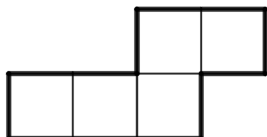
4-8. (4 балла)

Фигуры, показанные на рисунке, составлены из 4 одинаковых треугольников. Покажите любую фигуру, составленную из таких же треугольников, которую можно полностью разрезать как на фигуры первого вида, так и на фигуры второго вида. В ответе, помимо фигуры, покажите, как ее можно разрезать на фигуры первого вида и на фигуры второго вида.

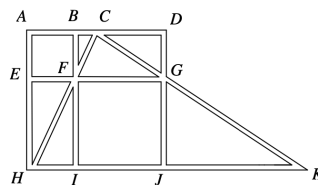


5-1. (5 баллов)

Поместите без наложений в квадрат 7×7 четыре фигуры, показанные на рисунке (фигуры можно поворачивать и переворачивать), так, чтобы в оставшуюся непокрытую часть квадрата нельзя было поместить еще одну такую же фигуру. Границы всех фигур должны идти строго по линиям сетки.



5-2. (5 баллов)



Три полицейских отправились патрулировать город, карта которого показана на рисунке. Они решили сэкономить силы и хотят встать на некоторые перекрестки (отмечены буквами на рисунке) так, чтобы каждая улица полностью просматривалась хотя бы одним полицейским. Полицейский видит только те улицы, которые пересекаются на том перекрестке, где он стоит (например, полицейский на перекрестке J будет видеть всё вдоль отрезков JD, JH и JK). На какие перекрестки необходимо встать полицейским, чтобы добиться желанного?

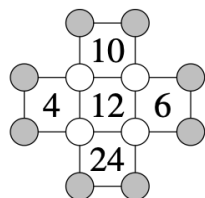
5-3. (5 баллов)

Сережу неправильно научили складывать числа столбиком. Если нужно сложить две цифры с суммой хотя бы 10, то вместо перехода единицы в следующий разряд, он добавляет её в текущий разряд (например, $5 + 8 = 13$, поэтому Силантий напишет в текущий разряд 4 (так как $3 + 1 = 4$) и не будет переносить единицу в следующий разряд). Сережа сложил четырехзначное число N с числом $2N$ и получил 6732. Найдите все возможные значения N.

5-4. (5 баллов)

Пятеро друзей Алина, Боря, Вова, Гриша и Диана взяли колоду из 12 карт, пронумерованных от 1 до 12 и раздали каждому по две карты. Оказалось, что сумма чисел на картах Алины – 4, на картах Бори – 11, на картах Вовы – 16, на картах Гриши – 19, а на картах Дианы – 20. Какие две карты не были выданы никому из друзей? Найдите все возможные ответы.

5-5. (5 баллов)



В каждом кружочке серого и белого цвета на рисунке ниже записано некоторое натуральное число таким образом, что числа внутри каждого квадрата равны произведению чисел в вершинах этого квадрата. Чему равно произведение всех чисел, написанных в кружочках серого цвета?

5-6. (5 баллов)

Жора выбрал 4 различные цифры и составил из них три числа, в каждом числе используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что в одном из чисел цифры идут слева направо в порядке возрастания, а в другом числе – слева направо в порядке убывания. Сумма всех трех чисел равна 26352. Какие три числа мог составить Жора? Найдите все возможные ответы.

5-7. (5 баллов)

У Васи было 15 одинаковых волшебных палочек. Он продал их своим друзьям: Грише – 1 палочку, Пете – 2, Вове – 3, Роме – 4 и Наташе – 5 палочек. Из этих пяти друзей двое – его лучшие друзья, поэтому он сделал им скидку и продал палочки в три раза дешевле. Известно, что все ребята заплатили Васе целое число рублей и в итоге Вася заработал 74 рубля. Кого Вася считает своими лучшими друзьями?

5-8. (5 баллов)

5 учителей решили предсказать, с каким результатом закончится школьный футбольный турнир. В турнире участвовало 5 команд: А, В, С, D и E. Учителя дали прогнозы, показанные в таблице. По окончании турнира никакие команды не делили места. Известно, что 2 учителя поставили на правильное место ровно 2 команды каждый, а остальные 3 учителя не угадали вообще ничего. Какие места по итогу турнира заняли команды? Найдите все ответы.

Предсказания	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
Учитель 1	A	B	C	D	E
Учитель 2	E	D	A	B	C
Учитель 3	E	B	C	D	A
Учитель 4	C	E	D	A	B
Учитель 5	E	B	C	A	D